

O Modelo CAPM e o Modelo de Elton e Gruber para a composição da carteira de investimento

Dimitre de Carvalho
Pós-graduado, MBA-Finanças, UPIS
Ricardo José Stefani
Mestre em ADPUB (FGV) e Professor da UPIS

Introdução

O mercado de capitais é um sistema de distribuição de valores mobiliários que tem como objetivo proporcionar liquidez a quaisquer títulos emitidos pelas empresas, com a finalidade de viabilizar o processo de capitalização desses papéis. O mercado de capitais é composto pelas bolsas de valores, sociedades corretoras e outras instituições financeiras que têm autorização da Comissão de Valores Mobiliários (CVM), Banco Central do Brasil, SUSEP etc. para participar e integrar esse mercado.

O principal objetivo das bolsas de valores é promover um ambiente de negociação dos títulos e dos valores mobiliários das empresas, que são selecionadas rigorosamente para participar do mercado, assim como trazer liquidez a esses papéis, para que possam ser negociados rapidamente, a preço justo de mercado, seguindo os princípios das leis da oferta e demanda.

No Brasil, a Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA), por meio de seus atributos, sistemas de informação e teleprocessamento operacional, efetua rigoroso acompanhamento das transações em todos os aspectos. O objetivo é assegurar aos investidores, às companhias abertas e aos demais parceiros e intermediários do mercado elevado padrão ético na realização dos negócios executados no âmbito de uma bolsa de valores.

Os principais títulos negociados no mercado de capitais são os representativos do capital das empresas, denominados ações, ou os de empréstimos tomados, por meio do mercado, pelas empresas, denominados debêntures, que podem ser conversíveis em ações, bônus de subscrição e *commercial papers*, que permitem a circulação de capital para promover o desenvolvimento econômico.

Além desses títulos, participam do mercado de capitais as negociações com direitos e recibos de subscrição de valores mobiliários, certificados de depósitos de ações e derivativos (futuros, *swaps*, termos, opções) permitidos para negociação.

Uma necessidade indispensável para se investir em um ativo qualquer é medir o risco atribuído a esse ativo, o risco a ser assumido, assim como o retorno produzido para o investidor. Para melhor alocação e avaliação dos ativos, foram criados modelos que tentam mensurar os riscos existentes nos investimentos de mercado, promovendo numerosos debates entre os acadêmicos e os profissionais financeiros sobre qual modelo é mais eficiente ou qual modelo deve ser adotado para a análise do risco e do comportamento do ativo no mercado em que atua.

Para Damodaran (2003), existem alguns ingredientes necessários à utilização de um bom modelo de risco e retorno, que deve apresentar as seguintes características:

Oferecer medida para risco que seja universal. A medida de risco deve ser aplicável a todos os investimentos, sejam ações, bônus ou imóveis, uma vez que esses ativos competem pelo dinheiro do investidor. O bom modelo de risco e retorno oferecerá uma só medida de risco aplicável a todos os investimentos financeiros ou reais.

Especificar que tipos de risco são recompensados e que tipos não são. É qualidade aceita dos investimentos, que nem todos os riscos são recompensados e o bom modelo deve ser capaz de fazer a distinção entre riscos recompensados e os não recompensados e oferecer um raciocínio intuitivo para a diferenciação.

Especificar que tipos de risco são recompensados e que tipos não são. É qualidade aceita dos investimentos, que nem todos os riscos são recompensados e o bom modelo deve ser capaz de fazer a distinção entre riscos recompensados e os não recompensados e oferecer um raciocínio intuitivo para a diferenciação.

Padronizar medidas de risco, permitindo análise e comparação. Embora o risco seja sempre relativo, uma boa medida dele deve ser padronizada de tal forma que um investidor, ao examinar essa variável num investimento, possa chegar a conclusão quanto ao risco dele, em relação ao de outro investimento.

Traduzir a medida de risco em retorno esperado. Um dos objetivos na medição é obter estimativa do retorno esperado desse investimento. O retorno tornar-se-á o *benchmark* que determina se o investimento é bom ou se é ruim. Não basta o modelo informar que investimentos de maior risco devem produzir maiores retornos, sem fornecer o mais precisamente possível estimativa específica de prêmio de risco.

Funcionalidade. A prova final do bom modelo de medição de risco é que funcione, fornecendo ao investidor medida positivamente correlacionada aos retornos, pelo menos no longo prazo e por meio do corte cruzado dos investimentos. Poder-se-ia, também, examinar se os ganhos efetivos, mais uma vez no longo prazo, são iguais aos retornos esperados derivados do modelo.

1. Revisão teórica

1.1 O *Capital Asset Pricing Model* - CAPM

O *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), Modelo de Precificação de Ativos de Capital, foi concebido por William Sharpe. Baseado nas idéias de seu professor, Markowitz, Sharpe desenvolveu o denominado Modelo de Índice Único, no início da década de 60.

Em 1964, ele apresentou o *Capital Asset Pricing Model*, criado para a precificação de ativos de títulos de risco, sob hipótese de mercado em equilíbrio. O CAPM busca demonstrar, de maneira objetiva, o relacionamento da rentabilidade esperada de um ativo qualquer num mercado em equilíbrio, com o risco não diversificável demonstrado pelo coeficiente beta.

Tosta de Sá (1999) interpreta que o beta nada mais é do que o coeficiente de regressão da reta que melhor ajusta o retorno de um título com o ganho da carteira do mercado; ou seja, é um indicador que mede como reage o preço de um título às oscilações do índice representativo de seu mercado.

Para Damodaran (2003), o CAPM é construído sobre a premissa de que a variância de retornos é a medida de risco apropriada, mas somente a variação que é não-diversificável é recompensada. O CAPM mede essa variância não-diversificável utilizando uma estimativa beta; ou seja, no CAPM mede-se o investimento em duas dimensões: o rendimento esperado sobre o investimento que nada mais é do que a recompensa por essa aplicação, e a variância nos ganhos esperados, que reflete o risco existente no investimento. A variância mede a diferença entre os retornos efetivos e os esperados, podendo essa medida ser capturada estatisticamente na distribuição dos ganhos. No caso de existirem dois investimentos com o mesmo desvio padrão, porém com retornos esperados diferentes, o investidor optará por aquele com ganho esperado mais elevado.

Para Ross, Westerfield e Jaffe (2002), o retorno esperado de um título é a medida correta da contribuição dele ao rendimento esperado da carteira. Entretanto, nem a variância, nem o desvio padrão dos ganhos do título são medidas apropriadas da contribuição do papel ao risco da carteira. Essa contribuição é medida mais corretamente pela covariância.

Apesar de o CAPM definir variância como risco, nem toda variância é recompensada com retornos mais altos pelos mercados financeiros. O modelo é concebido sobre o princípio de que, parte do risco de um ativo individual poderá ser suprimido por meio da diversificação da carteira. A idéia de que a diversificação pode minimizar o risco apóia-se em bases tanto intuitivas quanto estatísticas.

O risco existente em qualquer investimento advém, segundo Damodaran (2003), de duas fontes: decisões tomadas pela empresa, especificamente no âmbito em que atua, que afetam diretamente os preços daquele ativo; e o comportamento do mercado que afeta todos os ativos. As decisões das empresas e os movimentos do mercado podem ser positivos ou negativos para o preço do ativo.

Os efeitos da diversificação sobre o risco podem ser verificados por meio da análise dos efeitos sobre as variâncias de retornos, causados pelo aumento da quantidade de ativos numa carteira. A variância de uma carteira é resultante das variâncias dos ativos individualmente e as covariâncias entre pares de ativos pertencentes à carteira. A covariância demonstra como os preços de ativos se movimentam em conjuntos e quanto a diversificação reduz o risco.

1.2 Equação do retorno esperado do mercado

O retorno esperado do mercado pode ser mostrado como:

$$\bar{R}_m = R_F + \text{Prêmio por risco} \quad [1]$$

Onde:

\bar{R}_m - Retorno esperado do mercado,

R_F - Taxa livre de risco.

Pode-se observar na equação [1] que o retorno esperado do mercado é igual à taxa livre de risco mais a compensação em contrapartida ao risco, inerente à carteira, corrido pelo investidor.

1.2 Equação do Modelo de Precificação de Ativos

$$\bar{R} = R_F + \beta (\bar{R}_M - R_F) \quad [2]$$

Onde:

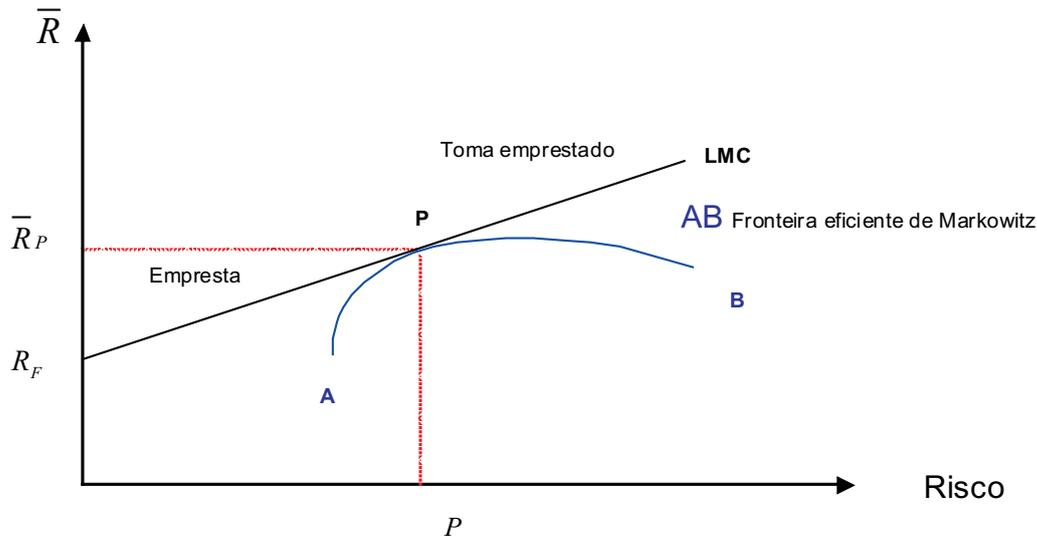
\bar{R} - Retorno esperado de um ativo;

R_F - Taxa livre de risco;

\bar{R}_m - Retorno esperado do mercado, e
 β - Coeficiente Beta.

Para Tosta de Sá (1999), a equação [2] foi derivada da Linha de Mercado de Capitais (LMC), que une a carteira de mercado, visualizado por meio do ponto "P" na Figura 1, ao ponto " R_F ", que corresponde à taxa de juros de renda fixa sem risco, ou seja:

Figura 1 – Linha de Mercado de Capitais.



Segundo Elton *et al* (2004), a equação [2] é das mais importantes descobertas da área financeira, chamada equação da linha de mercado de títulos (LMT).

A figura 1 é uma forma de caracterizar a relação entre o retorno esperado e o risco de um ativo com base na Linha de Mercado de Capitais. Essa reta pode ser vista como a relação entre a covariância das taxas de retorno de um ativo com as taxas de rendimento do mercado. Nesse caso, a covariância é usada como medida de risco do ativo e avalia de que forma as taxas desse ativo se comportam frente às taxas de retorno do mercado.

Ainda na figura 1, pode-se observar que as carteiras correspondentes a pontos situados sobre a reta LMC dominam as carteiras situadas sobre a fronteira eficiente. Dessa forma, para o mesmo nível de risco, poder-se-á obter maior retorno esperado ou, de outra forma, para o mesmo nível de retorno esperado o investidor espera obter menor risco. Ponderando que tais investidores atendam às hipóteses simplificadoras do modelo exposto, estes irão preferir carteiras situadas sobre tal linha.

1.3 Equação do coeficiente beta

O coeficiente beta pode ser visto como medida de volatilidade das taxas de retorno de um ativo com relação às taxas de retorno do mercado como um todo; ou seja, o coeficiente beta mede a sensibilidade de um ativo a movimentos da carteira de mercado. O coeficiente beta pode ser medido com base na seguinte expressão:

$$i \frac{Cov R_i, R_M}{R_M^2} \quad [3]$$

Onde:

β_i - Coeficiente Beta do ativo i ;

$Cov R_i, R_M$ - é a covariância entre os retornos do ativo i e as taxas de retorno do mercado;

e

$\sigma^2 R_M$ - é a variância ou risco das taxas de retorno do mercado.

Uma propriedade útil é a de que o beta médio de todos os ativos, quando ponderado pela proporção do valor de mercado de cada ativo em relação ao da carteira de mercado, é igual a 1 (um). Ou seja,

$$\sum_{i=1}^N x_i \beta_i = 1 \quad [4]$$

Onde:

x_i - É a proporção entre o valor de mercado do ativo i e o do mercado em sua totalidade.

Ressalta-se que o coeficiente beta de um ativo refere-se à tangente da Linha de Mercado de Capitais. Essa medida de risco pode ser vista como a sensibilidade do analista financeiro em acreditar que o excesso de retorno do ativo individual seja afetado pelas variações do excesso de retorno do mercado, podendo o ativo ser classificado conforme o valor atribuído a seu beta.

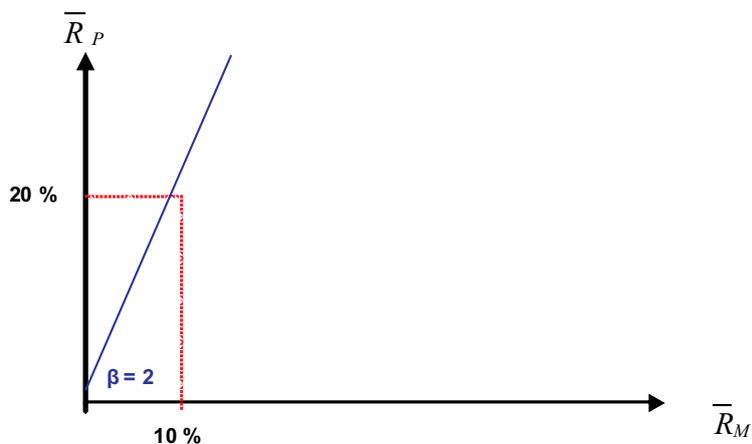
Os ativos podem ser classificados da seguinte forma, conforme o valor de seu beta:

<1: Quando o beta do ativo avaliado for menor que 1, ele poderá ser classificado como defensivo. Pode-se dizer que, à medida que o mercado vier a sofrer baixa ou alta, o preço do ativo também sofrerá baixa ou alta menos que proporcional; ou seja, se o mercado sofrer baixa ou alta de aproximadamente $X\%$, o preço do ativo individual tenderá a sofrer queda ou alta menos que proporcional a $X\%$, sendo tudo o mais mantido constante;

=1: Quando o beta do ativo avaliado for igual a 1, pode-se dizer que esse ativo é neutro, demonstrando que há uma correlação perfeita entre as taxas de retorno do ativo individual e as taxas de retorno do mercado como um todo; ou seja, quando o mercado como um todo sofrer baixa ou alta de $X\%$, o preço do ativo individual tenderá a sofrer baixa ou alta de $X\%$; e

>1: Quando o beta do ativo avaliado for maior que 1, este poderá ser classificado como agressivo, significando que, à medida que o mercado sofrer baixa ou alta, o preço do ativo também sofrerá baixa ou alta mais que proporcional; ou seja, se o mercado sofrer baixa ou alta de aproximadamente $X\%$, o preço do ativo individual tenderá a sofrer baixa ou alta mais que proporcional a $X\%$, sendo tudo mais mantido constante.

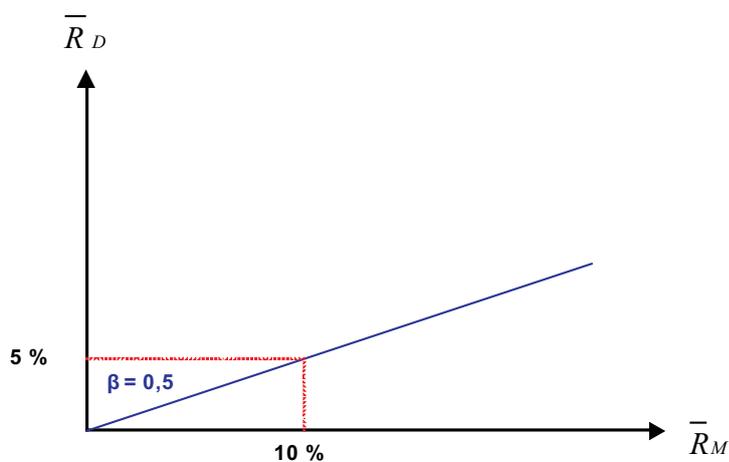
Figura 2 – Retorno do Título P em relação ao retorno do mercado.



Pode-se verificar, na figura 2, uma demonstração gráfica do retorno esperado do Título P em relação ao retorno do mercado. Quanto maior o beta do título, mais elevado se apresentará o risco do título e, ao mesmo tempo, os investidores exigirão retorno maior, uma vez que estão aplicando seus recursos em ativos com maior grau de risco.

Na figura 3, observa-se uma demonstração gráfica do retorno esperado do Título D em relação ao retorno do mercado, onde, quanto menor o beta do título, menos elevado se apresentará o seu risco e, ao mesmo tempo, menor terá de ser o valor esperado.

Figura 3 – Retorno do Título D em relação ao retorno do mercado.



2 O Modelo de Elton e Gruber

Os acadêmicos Edwin Elton e Martin Gruber, tendo como principal objetivo facilitar a didática nos cálculos e na composição de uma carteira de investimento, elaboraram um modelo de seleção de carteiras ótimas de investimento. Ele mostra de forma detalhada um método que é adequado quando se aceita o Modelo de Índice Único como a melhor maneira de descrever a estrutura da covariância entre as taxas de retorno dos ativos.

Para Tosta de Sá (1999), além de facilitar extraordinariamente os cálculos necessários à montagem de carteiras ótimas, o modelo também leva ao entendimento das razões que permitem o ativo pertencer ou não a uma carteira ótima.

As estimativas, conforme Tosta de Sá (1999), que devem ser realizadas para a utilização desse método na seleção da carteira ótima, são as seguintes:

- R_i – retorno esperado de cada ação no período do investimento;
- β_i – beta de cada ação;
- R_F – retorno do título de renda fixa sem risco para o mesmo período;
- σ_{ei} – risco diversificável (único) de cada título, e
- σ_M – risco da carteira de mercado.

2.1 O Índice Atratividade (IA)

Para Tosta de Sá (1999), o trabalho do analista de investimento será extremamente facilitado se for possível, com base nas estimativas antes relacionadas, estabelecer um grau objetivo para classificação da atratividade de cada ação no universo das ações analisadas.

Esse grau numérico existirá caso se aceite o modelo de índice único que correlaciona o retorno de cada ativo individual com o índice geral, no caso a carteira de mercado.

O índice de atratividade (IA) de Treynor, ou modelo de índice único, é o parâmetro utilizado para definir os ativos que poderão ser selecionados nas carteiras ótimas, visando obter resultados similares aos alcançados com uso da programação quadrática.

Segundo Tosta de Sá (1999), o modelo define que os retornos esperados de cada ativo relacionados não entre si, mas com o retorno de um índice único representado pelo mercado de títulos variáveis. A atratividade de qualquer ativo estaria diretamente associada com seu retorno excessivo, ou acima da taxa livre de risco em relação ao seu risco não diversificável, ou seja:

$$IA = \frac{\bar{R}_i - R_F}{\beta_i} \quad [5]$$

Onde:

- IA - índice de atratividade;
- \bar{R}_i - taxas de retorno esperado do ativo i ;
- R_F - taxa livre de risco do ativo F; e
- β_i - Coeficiente Beta do ativo i .

Mediante a equação [5], é presumível definir o retorno diferencial como a diferença entre o retorno esperado do ativo e a premiação ofertada por um ativo livre de risco, como por exemplo, os depósitos em caderneta de poupança que contam com remuneração livre de risco de 6,00 % a. a.

Ainda conforme o entendimento de Tosta de Sá (1999), nessa representação do IA está implícito que o investidor não deve esperar ser remunerado no investimento por assumir o denominado risco diversificável; isso porque esse risco poderá se eliminar por um processo de diversificação eficiente. Portanto, o investidor só poderá exigir remuneração adicional sobre a rentabilidade do ativo de renda fixa sem risco, em virtude daquele risco que ele sempre é obrigado a correr (o risco não diversificável ou sistemático). Se os ativos forem classificados de acordo com esse índice de atratividade, sua qualidade estará definida, pois quanto maior esse índice para o ativo, maior a rentabilidade excedente esperada por unidade de risco sistemático.

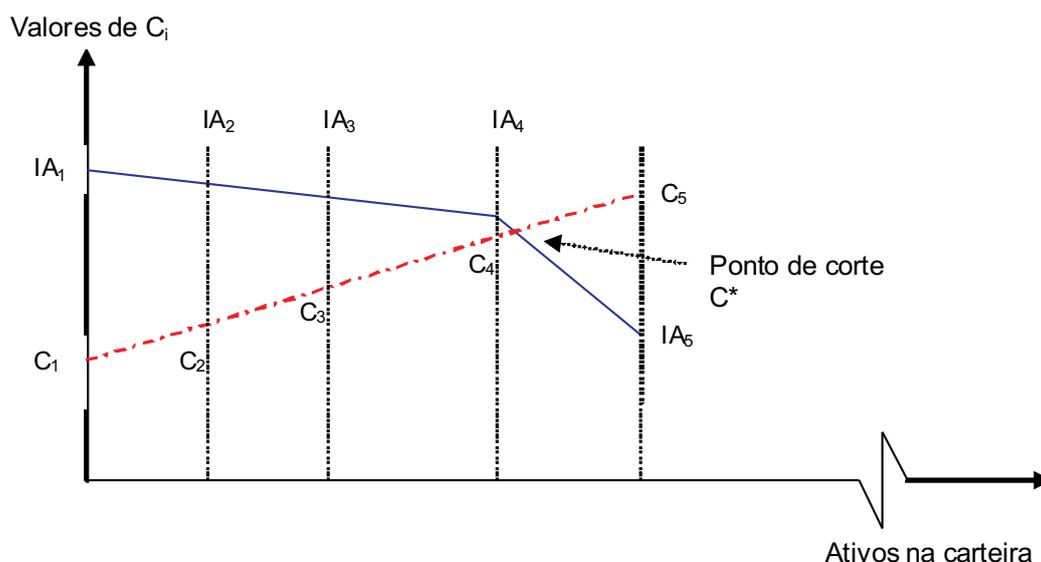
2.2 O ponto de corte (C^*)

Para a determinação dos ativos que irão compor a carteira, será necessário calcular um número que servirá de referência para o índice de atratividade, de maneira que, somente os ativos com esse índice maior do que o número-referência, componham a carteira ótima. Tal número-referência é denominado ponto de corte e será representado por (C^*).

Com base nas características dos ativos que formarão a carteira ótima é que será calculado o valor do ponto de corte C^* . Para tanto, deve-se calcular valores de C_i , supondo que a carteira ótima será composta exclusivamente pelo ativo de maior índice de atratividade, seguido dos dois ativos melhor classificados, e assim sucessivamente.

Para cada uma dessas hipóteses calcula-se um C_i ($C_1, C_2, C_3 \dots$ etc). O ponto de corte C^* será o último valor de C_i para qual o C_i calculado ultrapasse o índice de atratividade do último ativo incorporado à carteira. Tal procedimento poderá ser mais bem entendido na figura 4:

Figura 4 – Índice de Atratividade dos Ativos - IA.



Fonte: TOSTA DE SÁ, Geraldo. Administração de Investimentos, Teoria de carteiras e Gerenciamento de Risco

Onde:

- IA_i - índices de atratividade de cada ativo (até o quinto ativo neste exemplo);
- C_i – valores de C calculados para as carteiras constituídas exclusivamente com o primeiro ativo C₁, com os dois primeiros ativos C₂, etc. e os cinco primeiros ativos C₅ (no caso do exemplo dado na figura 4, com cinco ativos).

Na equação número [5], que permite calcular o valor de IA, também na figura 4, em que se possibilita a identificação do índice de atratividade dos ativos e ainda dos pontos de corte C_i e C*, poder-se-á definir os seguintes princípios no que se refere à seleção dos ativos que irão constituir a carteira ótima:

- cálculo do valor do índice de atratividade de cada ativo que irá ser avaliado;
- classificação dos ativos de acordo com a ordem decrescente dos índices de atratividade; e
- inclusão na carteira ótima de todos os ativos cuja relação é $\frac{\bar{R}_i - R_F}{e_i} > C^*$, ou seja, ativos cujo IA > C*.

O ponto de corte C* assinala que somente as ações mais bem classificadas irão compor a carteira ótima.

Abaixo será demonstrado o cálculo do valor do ponto de corte:

$$C_i = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n \frac{\bar{R}_i - R_F}{e_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{e_i}}}{1} \quad [6]$$

Onde:

- C_i – valores calculados para as carteiras constituídas exclusivamente com o primeiro ativo C₁, com os dois primeiros ativos C₂, etc. até o enésimo ativo C_n;
- σ_M^2 – variância das taxas de retorno do índice de mercado;
- $\sigma_{e_i}^2$ – variância do movimento dos ativos não associados aos movimentos do índice de mercado (risco diversificável);
- β_i – coeficiente beta, variação esperada da taxa de retorno do ativo *i* para cada variação associada de 1,00% no retorno da carteira ótima;
- \bar{R}_i – retorno esperado do ativo *i* e
- R_F – taxa livre de risco.

2.3 Percentual de recurso a ser investido no Ativo Individual

A etapa seguinte, após a seleção dos ativos que irão formar a carteira ótima, é obter o valor do percentual de recursos a serem investidos em cada ativo dessa carteira, que poderá ser conseguido desta maneira:

- a) Calcula-se o Z_i para cada um dos ativos i que compõem a carteira ótima, utilizando-se a seguinte equação:

$$Z_i = \frac{i}{e_i} \frac{\bar{R}_i - R_F}{i} C^* \quad [7]$$

Onde:

C^* – valor calculado na etapa anterior para o ponto de corte.

- b) Calculados os valores de Z_i para cada um dos ativos, a última etapa é calcular o percentual X_i dos recursos investidos em cada um desses i ativos que constituem a carteira ótima, o que pode ser obtido por meio do cálculo da seguinte equação:

$$X_i = \frac{Z_i}{\sum Z_i} \quad [8]$$

Neste momento chega-se, então, ao final do trabalho de escolha dos ativos que irão compor a carteira ótima. Deve-se, ainda, levar em consideração o acréscimo de novos ativos na carteira a ser formulada, admitindo, também, todos os ativos cujos índices de atratividade forem maiores do que o ponto de corte C^* estabelecido para a carteira de investimento.

2.4 Retorno esperado da carteira ótima

Depois de definidos os ativos que irão compor a carteira de investimento ótima e o percentual de alocação dos recursos que serão investidos, deve-se proceder aos cálculos necessários para determinação do retorno esperado e do risco da carteira ótima.

O retorno esperado da carteira poderá ser calculado por meio da equação a seguir:

$$\bar{R}_p = X_1 \bar{R}_1 + X_2 \bar{R}_2 + \dots + X_n \bar{R}_n \quad [9]$$

Onde:

- \bar{R}_P – retorno esperado da carteira ótima;
- X_1 – percentual de participação do 1º ativo;
- \bar{R}_1 – retorno esperado do 1º ativo;
- X_2 – percentual de participação do 2º ativo;
- \bar{R}_2 – retorno esperado do 2º ativo;
- X_n – percentual de participação do último ativo encontrado para a carteira; e
- \bar{R}_n – retorno esperado do último ativo encontrado para a carteira.

2.5 Beta da carteira ótima

Pode-se, ainda, mensurar o beta da carteira por meio da equação que segue:

$$\beta_P = X_1 \beta_1 + X_2 \beta_2 + \dots + X_n \beta_n \quad [10]$$

Onde:

- β_P – beta da carteira ótima;
- X_1 – percentual de participação do 1º ativo;
- β_1 – beta do 1º ativo;
- X_2 – percentual de participação do 2º ativo;
- β_2 – beta do 2º ativo;
- X_n – percentual de participação do último ativo encontrado para a carteira; e
- β_n – beta do último ativo encontrado para a carteira.

2.6 Risco da carteira ótima

O cálculo do risco da carteira ótima pode ser obtido utilizando a seguinte expressão:

$$\sigma_P^2 = X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + \dots + X_n^2 \sigma_n^2 + 2X_1 X_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 + \dots + 2X_1 X_n \rho_{1n} \sigma_1 \sigma_n + 2X_2 X_n \rho_{2n} \sigma_2 \sigma_n \quad [11]$$

Onde:

- β_P – beta da carteira ótima;
- X_1 – percentual de participação do 1º ativo;
- σ_M^2 - variância do mercado;
- β_1 – beta do 1º ativo;

X_2 – percentual de participação do 2º ativo;

β_2 – beta do 2º ativo;

X_n – percentual de participação do último ativo encontrado para a carteira; e

β_n – beta do último ativo encontrado para a carteira.

3 Teste empírico dos modelos

O teste de hipótese a seguir tem como finalidade demonstrar a utilização do *Capital Asset Pricing Model* CAPM, com o objetivo de identificar ações sobreavaliadas (boas para a venda) e subavaliadas (boas para a compra), que podem compor uma carteira de investimento. Em seguida, aplicar o modelo desenvolvido por Elton e Gruber para selecionar entre aquelas ações quais irão compor uma carteira de investimento ótima.

Assim, o objetivo desse exercício é verificar quais ações deverão compor uma carteira ótima, conforme as premissas dos modelos em estudo.

Os dados constantes desse teste foram extraídos e obtidos do banco de dados do *site* “Economática Software para Investimentos Ltda” e do “Portal de Tecnologia em Risco Risktech”. Utilizaram-se as cotações das ações que compõem o IBOVESPA, principal índice da bolsa brasileira, negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo.

Os dados correspondem ao comportamento do IBOVESPA, em 252 pregões, até o dia 31 de agosto de 2004, quando foi divulgada a lista das ações que participariam do índice para o quadrimestre de setembro a dezembro de 2004.

Dado importante para o teste é a estimativa de rentabilidade do IBOVESPA. Para tanto, foi adotada para essa avaliação a taxa de retorno média de retorno do IBOVESPA, em 252 pregões, até 31 de agosto de 2004 inclusive. Foi utilizado como retorno esperado pelo investidor a taxa média de retorno de cada ação que compõe o IBOVESPA dos últimos 252 pregões, além do risco do mercado, informado no “Portal de Tecnologia em Risco Risktech”, estimado em 0,2846. Foi adotada, como taxa livre de risco, o rendimento garantido das aplicações em caderneta de poupança que é de 6,00% a.a.

A seguir é demonstrada uma tabela com as ações do IBOVESPA para o quadrimestre set/dez/2004:

Planilha 1 – Tabela com as ações que compõem o IBOVESPA

Código	Ação	Part, (%)	R_{ei} (%)	β_i	σ_i	Preço de fechamento em 31/08/2004
ACES4	ACESITA PN	1,482	137,07	1,0031	0,4492	R\$ 3,39
AMBV4	AMBEV PN	2,688	-9,24	0,3513	0,3485	R\$ 638,01
ARCZ6	ARACRUZ PNB	0,968	32,60	0,4592	0,3276	R\$ 10,30
BBDC4	BRADESCO PN	3,235	1.006,20	-0,0595	2,3146	R\$ 142,70
BRAP4	BRADESPAR PN	0,503	9.636,84	1,8796	3,9296	R\$ 74,70
BBAS3	BRASIL ON	0,826	42,70	0,8849	0,3896	R\$ 24,25
BRTP3	BRASIL T PAR ON	0,438	20,11	1,0909	0,4465	R\$ 21,15
BRTP4	BRASIL T PAR PN	1,703	-20,46	0,9104	0,3719	R\$ 18,97
BRTO4	BRASIL TELECOM PN	2,463	-21,93	1,1587	0,4344	R\$ 11,34
BRKM5	BRASKEM PNA	1,326	132,85	1,1216	0,5380	R\$ 84,80
CMET4	CAEMI PN	1,239	95,73	0,8057	0,4237	R\$ 1,57
CLSC6	CELESC PNB	0,947	96,08	1,0442	0,4893	R\$ 1,00

CMIG3	CEMIG ON	0,168	63,54	1,1721	0,4758	R\$ 42,52
CMIG4	CEMIG PN	2,956	56,52	1,1548	0,4660	R\$ 54,00
CESP4	CESP PN	0,558	32,87	1,3861	0,5961	R\$ 11,44
CGAS5	COMGAS PNA	0,457	127,37	0,9923	0,4741	R\$ 216,00
CPLE6	COPEL PNB	1,700	15,61	1,1916	0,4725	R\$ 10,00
CRTP5	CRT CELULAR PNA	0,803	27,43	1,0816	0,4466	R\$ 590,00
ELET3	ELETRORBRAS ON	1,278	74,63	1,4767	0,6049	R\$ 40,20
ELET6	ELETRORBRAS PNB	3,201	48,13	1,4461	0,5397	R\$ 38,01
ELPL4	ELETROPAULO PN	0,862	92,76	1,5945	0,6900	R\$ 66,00
EMBR3	EMBRAER ON	0,649	18,72	0,5875	0,3862	R\$ 14,84
EMBR4	EMBRAER PN	1,65	21,85	0,5630	0,3920	R\$ 19,50
EBTP3	EMBRATEL PAR ON	1,177	130,47	0,6142	0,6353	R\$ 14,77
EBTP4	EMBRATEL PAR PN	4,166	23,53	1,2488	0,5338	R\$ 7,60
GGBR4	GERDAU PN	2,494	112,61	0,9381	0,3993	R\$ 48,45
PTIP4	IPIRANGA PET PN	0,336	27,05	0,9080	0,4488	R\$ 15,50
ITAU4	ITAUBANCO PN	2,578	24,79	0,7415	0,3174	R\$ 297,00
ITSA4	ITAUSA PN	1,070	23,10	0,7057	0,3008	R\$ 3,59
KLBN4	KLABIN S/A PN	0,593	0,15	0,5042	0,3691	R\$ 4,65
LIGH3	LIGHT ON	0,281	102,64	1,2914	0,7178	R\$ 61,50
PLIM4	NET PN	2,335	75,68	0,9827	0,8028	R\$ 0,65
PETR3	PETROBRAS ON	2,513	28,26	0,6681	0,3165	R\$ 90,40
PETR4	PETROBRAS PN	8,610	26,50	0,7274	0,3046	R\$ 82,00
SBSP3	SABESP ON	1,058	5,46	0,9181	0,4304	R\$ 139,33
CSNA3	SID NACIONAL ON	3,141	-0,33	1,1724	1,4830	R\$ 45,35
CSTB4	SID TUBARAO PN	1,305	115,52	0,0117	0,4580	R\$ 122,50
CRUZ3	SOUZA CRUZ ON	0,595	11,20	0,6314	0,3293	R\$ 28,80
TCSL3	TELE CL SUL ON	0,401	46,52	1,1841	0,5734	R\$ 3,40
TCSL4	TELE CL SUL PN	1,101	40,97	1,1238	0,4848	R\$ 4,04
TCOC4	TELE CTR OES PN	1,853	46,47	1,2220	0,5074	R\$ 9,17
TLCP4	TELE LEST CL PN	0,336	89,58	1,0786	0,5813	R\$ 0,90
TNEP4	TELE NORD CL PN	1,027	25,17	1,0944	0,4731	R\$ 3,68
TNLP3	TELEMAR ON	1,275	29,76	1,0911	0,4350	R\$ 38,15
TNLP4	TELEMAR PN	11,891	0,50	1,0530	0,3679	R\$ 40,11
TMAR5	TELEMAR N L PNA	1,404	16,62	1,0864	0,4273	R\$ 53,71
TMCP4	TELEMIG PART PN	1,21	25,07	0,9263	0,4594	R\$ 4,37
TLPP4	TELESP PN	0,67	39,34	0,7294	0,3767	R\$ 50,50
TSPP4	TELESP CL PA PN	3,762	54,05	1,3215	0,5340	R\$ 7,66
TBLE3	TRACTEBEL ON	0,172	70,22	0,4060	0,4237	R\$ 8,89
TRPL4	TRAN PAULIST PN	0,443	44,75	1,0885	0,4960	R\$ 13,06
USIM5	USIMINAS PNA	3,979	148,65	1,3085	0,5194	R\$ 46,30
VCPA4	V C P PN	1,219	37,09	0,5606	0,2925	R\$ 207,00
VALE3	VALE R DOCE ON	1,192	-50,96	0,6089	1,1588	R\$ 56,00
VALE5	VALE R DOCE PNA	3,713	-54,43	0,6445	1,1619	R\$ 47,94

Fonte: Site oficial IBOVESPA

Com dados da tabela 1, deve-se calcular o valor da taxa de retorno requerida pelo mercado (R_i) para cada ação individual. As avaliações das ações serão obtidas por meio do modelo CAPM, equação número [2], conforme pode ser observado na planilha 2.

Planilha 2 – Avaliação dos ativos por meio do modelo CAPM

Código	Ação	$R_{ei}(\%)$	σ_i	β_i	$R_f(\%)$	$R_m(\%)$	$R_i = R_f + \beta_i \times (R_m - R_f)$
ACES4	ACESITA PN	137,07	0,4492	1,0031	6,00	43,42	43,54
AMBV4	AMBEV PN	-9,24	0,3485	0,3513	6,00	43,42	19,15
ARCZ6	ARACRUZ PNB	32,60	0,3276	0,4592	6,00	43,42	23,18
BBDC4	BRADESCO PN	1.006,20	2,3146	-0,0595	6,00	43,42	3,77
BRAP4	BRADESPAR PN	9.636,84	3,9296	1,8796	6,00	43,42	76,33

BBAS3	BRASIL ON	42,70	0,3896	0,8849	6,00	43,42	39,11
BRTP3	BRASIL T PAR ON	20,11	0,4465	1,0909	6,00	43,42	46,82
BRTP4	BRASIL T PAR PN	-20,46	0,3719	0,9104	6,00	43,42	40,07
BRTO4	BRASIL TELEC PN	-21,93	0,4344	1,1587	6,00	43,42	49,36
BRKM5	BRASKEM PNA	132,85	0,5380	1,1216	6,00	43,42	47,97
CMET4	CAEMI PN	95,73	0,4237	0,8057	6,00	43,42	36,15
CLSC6	CELESC PNB	96,08	0,4893	1,0442	6,00	43,42	45,07
CMIG3	CEMIG ON	63,54	0,4758	1,1721	6,00	43,42	49,86
CMIG4	CEMIG PN	56,52	0,4660	1,1548	6,00	43,42	49,21
CESP4	CESP PN	32,87	0,5961	1,3861	6,00	43,42	57,87
CGAS5	COMGAS PNA	127,37	0,4741	0,9923	6,00	43,42	43,13
CPLE6	COPEL PNB	15,61	0,4725	1,1916	6,00	43,42	50,59
CRTP5	CRT CELULAR PNA	27,43	0,4466	1,0816	6,00	43,42	46,47
ELET3	ELETRONBRAS ON	74,63	0,6049	1,4767	6,00	43,42	61,26
ELET6	ELETRONBRAS PNB	48,13	0,5397	1,4461	6,00	43,42	60,11
ELPL4	ELETROPAULO PN	92,76	0,6900	1,5945	6,00	43,42	65,67
EMBR3	EMBRAER ON	18,72	0,3862	0,5875	6,00	43,42	27,98
EMBR4	EMBRAER PN	21,85	0,3920	0,5630	6,00	43,42	27,07
EBTP3	EMBRATEL PAR ON	130,47	0,6353	0,6142	6,00	43,42	28,98
EBTP4	EMBRATEL PART PN	23,53	0,5338	1,2488	6,00	43,42	52,73
GGBR4	GERDAU PN	112,61	0,3993	0,9381	6,00	43,42	41,10
PTIP4	IPIRANGA P PN ET	27,05	0,4488	0,9080	6,00	43,42	39,98
ITAU4	ITAUBANCO PN	24,79	0,3174	0,7415	6,00	43,42	33,75
ITSA4	ITAUSA PN	23,10	0,3008	0,7057	6,00	43,42	32,41
KLBN4	KLABIN S/A PN	0,15	0,3691	0,5042	6,00	43,42	24,87
LIGH3	LIGHT ON	102,64	0,7178	1,2914	6,00	43,42	54,32
PLIM4	NET PN	75,68	0,8028	0,9827	6,00	43,42	42,77
PETR3	PETROBRAS ON	28,26	0,3165	0,6681	6,00	43,42	31,00
PETR4	PETRO PN BRAS	26,50	0,3046	0,7274	6,00	43,42	33,22
SBSP3	SABESP ON	5,46	0,4304	0,9181	6,00	43,42	40,36
CSNA3	SID NACIONAL ON	-0,33	1,4830	1,1724	6,00	43,42	49,87
CSTB4	SID TUBAR PN AO	115,52	0,4580	0,0117	6,00	43,42	6,44
CRUZ3	SOUZA CRUZ ON	11,20	0,3293	0,6314	6,00	43,42	29,63
TCSL3	TELE CL SUL ON	46,52	0,5734	1,1841	6,00	43,42	50,31
TCSL4	TELE CL SUL PN	40,97	0,4848	1,1238	6,00	43,42	48,05
TCOC4	TELE CTR OES PN	46,47	0,5074	1,2220	6,00	43,42	51,73
TLCP4	TELE LEST CL PN	89,58	0,5813	1,0786	6,00	43,42	46,36
TNEP4	TELE NORD CL PN	25,17	0,4731	1,0944	6,00	43,42	46,95
TNLP3	TELEMAR ON	29,76	0,4350	1,0911	6,00	43,42	46,83
TNLP4	TELEMAR PN	0,50	0,3679	1,0530	6,00	43,42	45,40
TMAR5	TELEMAR N L PNA	16,62	0,4273	1,0864	6,00	43,42	46,65
TMCP4	TELEMIG PART PN	25,07	0,4594	0,9263	6,00	43,42	40,66
TLPP4	TELESP PN	39,34	0,3767	0,7294	6,00	43,42	33,29
TSPP4	TELESP CL PN PA	54,05	0,5340	1,3215	6,00	43,42	55,45
TBLE3	TRACTEBEL ON	70,22	0,4237	0,4060	6,00	43,42	21,19
TRPL4	TRAN PAULIST PN	44,75	0,4960	1,0885	6,00	43,42	46,73
USIM5	USIMINAS PNA	148,65	0,5194	1,3085	6,00	43,42	54,96
VCPA4	V C P PN	37,09	0,2925	0,5606	6,00	43,42	26,98
VALE3	VALE R DOCE ON	-50,96	1,1588	0,6089	6,00	43,42	28,79
VALE5	VALE R DOCE PNA	-54,43	1,1619	0,6445	6,00	43,42	30,12

Fonte: O autor

Pode ser determinado, com base no resultado encontrado, quais são os ativos subavaliados ou sobreavaliados, utilizando o modelo CAPM.

Além de indicar a melhor ação para se comprar ou para se vender, os resultados obtidos por meio da utilização do modelo CAPM ajudam a perfilar as características do investidor em relação à sua aversão ao risco.

Será utilizado, para classificação das ações – se elas estão subavaliadas ou sobreavaliadas -, o coeficiente alfa, que é o resultado da diferença entre o retorno esperado pelo investidor menos o retorno esperado calculado pelo modelo de equilíbrio (no caso, o CAPM).

O valor do coeficiente alfa (α) será dado pela seguinte expressão:

$$R_{ei} - \bar{R} \quad [12]$$

Sendo modelo de equilíbrio o CAPM, podemos substituir a equação [2] na equação [12] e será obtida a seguinte equação:

$$R_{ei} - R_F - \beta_i (\bar{R}_M - R_F) \quad [13]$$

Conforme Tosta de Sá (1999), se o valor do coeficiente alfa for positivo, o investidor acreditará que a ação está subavaliada; ou seja, que o preço da ação é menor do que seu valor intrínseco e que, portanto, será conveniente comprá-la comparativamente a outras ações com o mesmo nível de risco em equilíbrio. Ao contrário, se o alfa for negativo, a ação estará sobreavaliada na visão do investidor e, portanto, será melhor vendê-la.

A tabela a seguir mostra as ações classificadas e que possuem coeficientes alfa positivos, utilizando-se o modelo de equilíbrio CAPM, para calcular esse valor:

Planilha 3 – Seleção dos ativos por meio do coeficiente alfa obtido com o CAPM

Código	Ação	$R_{ei}(\%)$	$R_i = R_f + \beta_i \times (R_m - R_f)$	α_i
ACES4	ACESITA PN	137.07	43.54	93.53
ARCZ6	ARACRUZ PNB	32.60	23.18	9.42
BBAS3	BRASIL ON	42.70	39.11	3.59
BRKM5	BRASKEM PNA	132.85	47.97	84.88
CMET4	CAEMI PN	95.73	36.15	59.58
CLSC6	CELESC PNB	96.08	45.07	51.01
CMIG3	CEMIG ON	63.54	49.86	13.68
CMIG4	CEMIG PN	56.52	49.21	7.31
CGAS5	COMGAS PNA	127.37	43.13	84.24
ELET3	ELETROBRAS ON	74.63	61.26	13.37
ELPL4	ELETROPAULO PN	92.76	65.67	27.09
EBTP3	EMBRATEL PAR ON	130.47	28.98	101.49
GGBR4	GERDAU PN	112.61	41.10	71.51
LIGH3	LIGHT ON	102.64	54.32	48.32
PLIM4	NET PN	75.68	42.77	32.91
CSTB4	SID TUBARAO PN	115.52	6.44	109.08
TLCP4	TELE LEST CL PN	89.58	46.36	43.22
TLPP4	TELESP PN	39.34	33.29	6.05
TBLE3	TRACTEBEL ON	70.22	21.19	49.03
USIM5	USIMINAS PNA	148.65	54.96	93.69
VCPA4	V C P PN	37.09	26.98	10.11

Fonte: O autor

As ações selecionadas estão subavaliadas, considerando-se o coeficiente alfa positivo encontrado pela diferença do retorno esperado do investidor subtraído do retorno esperado do ativo calculado pelo modelo CAPM.

O investidor acredita que essas ações, por estarem subavaliadas, possibilitarão grande oportunidade de ganhos.

Após essa classificação, será calculado o índice de atratividade IA, objetivando classificar as ações por valor do IA de forma decrescente, como será demonstrado na planilha a seguir:

Planilha 4 – Determinação do índice de atratividade IA

Código	Ação	R_{ei} (%)	R_f (%)	$R_{ei} - R_f$	β_i	IA_i
ACES4	ACESITA PN	137,07	6,00	131,07	1,0031	130,66
ARCZ6	ARACRUZ PNB	32,60	6,00	26,60	0,4592	57,93
BBAS3	BRASIL ON	42,70	6,00	36,70	0,8849	41,47
BRKM5	BRASKEM PNA	132,85	6,00	126,85	1,1216	113,10
CMET4	CAEMI PN	95,73	6,00	89,73	0,8057	111,37
CLSC6	CELESC PNB	96,08	6,00	90,08	1,0442	86,27
CMIG3	CEMIG ON	63,54	6,00	57,54	1,1721	49,09
CMIG4	CEMIG PN	56,52	6,00	50,52	1,1548	43,75
CGAS5	COMGAS PNA	127,37	6,00	121,37	0,9923	122,31
ELET3	ELETOBRAS ON	74,63	6,00	68,63	1,4767	46,48
ELPL4	ELETROPAULO PN	92,76	6,00	86,76	1,5945	54,41
EBTP3	EMBRATEL PAR ON	130,47	6,00	124,47	0,6142	202,65
GGBR4	GERDAU PN	112,61	6,00	106,61	0,9381	113,64
LIGH3	LIGHT ON	102,64	6,00	96,64	1,2914	74,83
PLIM4	NET PN	75,68	6,00	69,68	0,9827	70,91
CSTB4	SID TUBARAO PN	115,52	6,00	109,52	0,0117	9.360,68
TLCP4	TELE LEST CL PN	89,58	6,00	83,58	1,0786	77,49
TLPP4	TELESP PN	39,34	6,00	33,34	0,7294	45,71
TBLE3	TRACTEBEL ON	70,22	6,00	64,22	0,4060	158,18
USIM5	USIMINAS PNA	148,65	6,00	142,65	1,3085	109,02
VCPA4	V C P PN	37,09	6,00	31,09	0,5606	55,46

Fonte: O autor

Após a obtenção dos valores para os índices de atratividade, calculados conforme planilha 4, necessário se faz ordenar de forma decrescente cada ação avaliada em função dos valores dos índices de atratividade de cada ação individual, para que se possa calcular o ponto de corte C^* , conforme será ilustrado mais adiante.

O valor do ponto de corte C^* é fundamental para definir quais ações irão compor a carteira ótima em função das estimativas realizadas anteriormente. Na planilha 6, pode-se observar a determinação do ponto de corte C^* por meio da equação [6].

Planilha 5 – Determinação do ponto de corte C*

Código	Ação	IA _i	$\frac{R_{ei} - R_f}{\beta_i/\sigma_i^2}$	β_i^2/σ_i^2	$\frac{\sum R_{ei} - R_f}{\beta_i/\sigma^2}$	$\sum \beta_i^2/\sigma_i^2$	C _i *
CSTB4	SID TUBARAO PN	9.360,68	6,11	0,0007	6,1087	0,0007	0,4948
EBTP3	EMBRATEL PAR ON	202,65	189,42	0,9347	195,5248	0,9353	14,7217
TBLE3	TRACTEBEL ON	158,18	145,24	0,9182	340,7625	1,8535	23,9980
ACES4	ACESITA PN	130,66	651,57	4,9867	992,3330	6,8402	51,7209
CGAS5	COMGAS PNA	122,31	535,81	4,3807	1.528,1474	11,2209	64,8426
GGBR4	GERDAU PN	113,64	627,26	5,5195	2.155,4087	16,7404	74,1034
BRKM5	BRASKEM PNA	113,10	491,55	4,3462	2.646,9544	21,0866	79,1725
CMET4	CAEMI PN	111,37	402,71	3,6160	3.049,6660	24,7026	82,3150
USIM5	USIMINAS PNA	109,02	691,90	6,3466	3.741,5632	31,0493	86,2203
CLSC6	CELESC PNB	86,27	392,88	4,5543	4.134,4448	35,6035	86,2248
TLCP4	TELE LEST CL PN	77,49	266,79	3,4429	4.401,2302	39,0464	85,6396
LIGH3	LIGHT ON	74,83	242,22	3,2368	4.643,4507	42,2832	84,9993
PLIM4	NET PN	70,91	106,25	1,4984	4.749,6971	43,7816	84,6231
ARCZ6	ARACRUZ PNB	57,93	113,81	1,9648	4.863,5111	45,7464	83,7202
VCPA4	V C P PN	55,46	203,71	3,6733	5.067,2257	49,4196	82,0394
ELPL4	ELETROPAULO PN	54,41	290,57	5,3401	5.357,7924	54,7598	79,8409
CMIG3	CEMIG ON	49,09	297,91	6,0685	5.655,7028	60,8283	77,2908
ELET3	ELETROBRAS ON	46,48	276,97	5,9596	5.932,6769	66,7879	74,9700
TLPP4	TELESP PN	45,71	171,37	3,7492	6.104,0490	70,5371	73,6464
CMIG4	CEMIG PN	43,75	268,66	6,1410	6.372,7060	76,6781	71,5840
BBAS3	BRASIL ON	41,47	213,95	5,1588	6.586,6610	81,8369	69,9347

Fonte: O autor

Pode ser observado na coluna dos índices de atratividade IA e na coluna dos pontos de corte C*, da planilha 6, que a décima ação, no caso a ação da CELESC PNB, é a última do exemplo a ter o valor do seu ponto de corte C* inferior ao valor de seu índice de atratividade IA, o que faz da ação CLSC6 a última ação que irá compor a carteira de investimento.

As ações abaixo da linha amarela destacada na planilha, inclusive a ação da Tele Leste Celular PN - TLCP4, não virão a compor a carteira ótima de investimento.

Após a determinação dos pontos de corte C*, conforme demonstrado, somente as dez primeiras ações, ordenadas de forma decrescente, pelo valor de seus índices de atratividade IA, poderão constituir a carteira de investimento ótima; ou seja, as ações TLCP4, LIGH3, PLIM4, ARCZ6, VCPA4, ELPL4, CMIG3, ELET3, TLPP4, CMIG4 e BBAS3 não deverão ser adquiridas para compor a carteira de investimento ótima, devendo os recursos que seriam investidos nessas ações serem alocados em outros segmentos de investimento.

Agora que as ações que formarão a carteira de investimento ótima já foram identificadas, entre os vinte e um papéis analisados no exemplo, deve-se definir o percentual dos recursos disponíveis que deverá ser investido em cada um dos papéis selecionados para a carteira de acordo com o modelo de Elton e Gruber.

Na planilha 6, será demonstrado o cálculo dos Z_i das ações CSTB4 TBLE3 EBTP3 ACES4 CGAS5 GGBR4 BRKM5 CMET4 USIM5 CLSC6, que são as ações selecionadas para formar a carteira otimizada.

Planilha 6 – Determinação do Z_i das ações selecionadas

Código	Ação	β_i	σ_i	R_{ei}	R_f	$\frac{R_{ei} - R_f}{R_f}$	C_i^*	Z_i
CSTB4	SID TUBARAO PN	0,0117	0,4580	115,52	6,00	109,52	0,4948	522,082966
EBTP3	EMBRATEL PAR ON	0,6142	0,6353	130,47	6,00	124,47	14,7217	285,991627
TBLE3	TRACTEBEL ON	0,4060	0,4237	70,22	6,00	64,22	23,9980	303,455391
ACES4	ACESITA PN	1,0031	0,4492	137,07	6,00	131,07	51,7209	392,449549
CGAS5	COMGAS PNA	0,9923	0,4741	127,37	6,00	121,37	64,8426	253,710207
GGBR4	GERDAU PN	0,9381	0,3993	112,61	6,00	106,61	74,1034	232,648735
BRKM5	BRASKEM PNA	1,1216	0,5380	132,85	6,00	126,85	79,1725	131,459188
CMET4	CAEMI PN	0,8057	0,4237	95,73	6,00	89,73	82,3150	130,395563
USIM5	USIMINAS PNA	1,3085	0,5194	148,65	6,00	142,65	86,2203	110,575721
CLSC6	CELESC PNB	1,0442	0,4893	96,08	6,00	90,08	86,2248	0,184264

Fonte: O autor

Posteriormente aos cálculos dos Z_i das ações selecionadas, deve-se calcular o valor de X_i de cada uma das ações, conforme pode ser visualizado na planilha 7, para a determinação do percentual com que cada ação deverá participar dentro da carteira ótima.

Planilha 7 – Cálculos necessários para a composição da carteira ótima

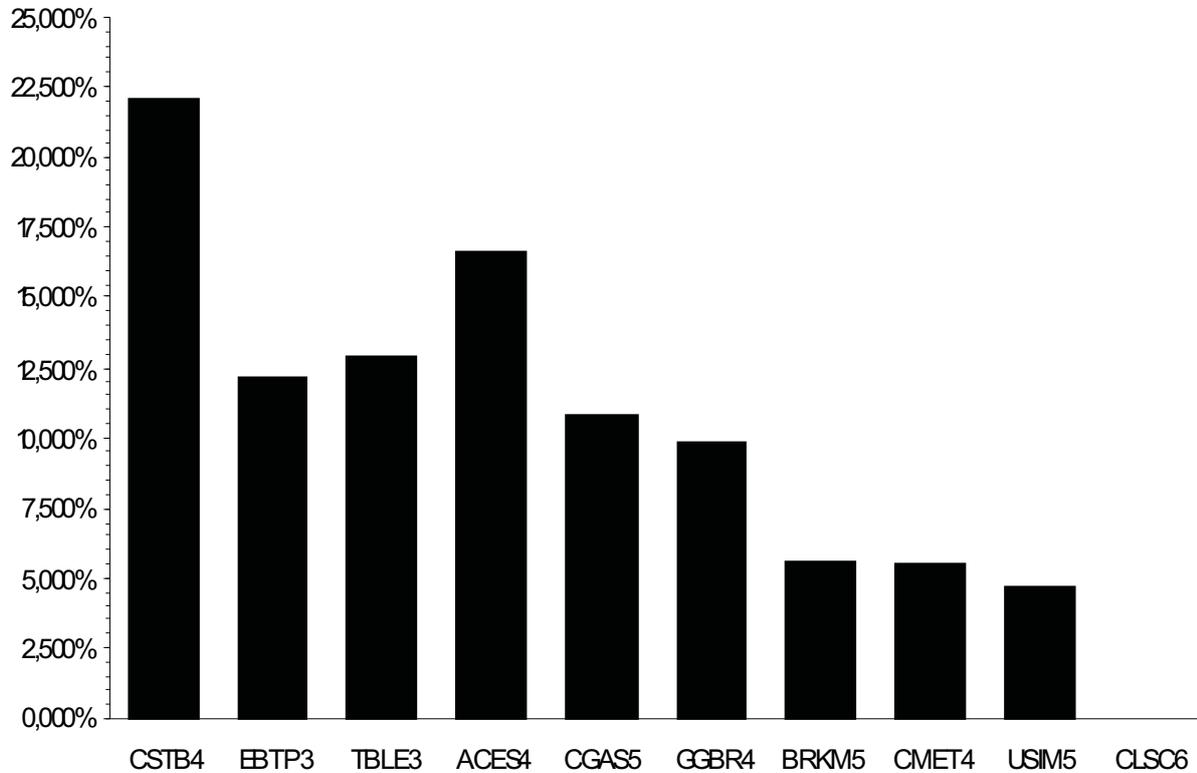
Código	Ação	Z_i	ΣZ_i	X_i
CSTB4	SID TUBARAO PN	522,08	2362,95	22,095
EBTP3	EMBRATEL PAR ON	285,99	2362,95	12,103
TBLE3	TRACTEBEL ON	303,46	2362,95	12,842
ACES4	ACESITA PN	392,45	2362,95	16,608
CGAS5	COMGAS PNA	253,71	2362,95	10,737
GGBR4	GERDAU PN	232,65	2362,95	9,846
BRKM5	BRASKEM PNA	131,46	2362,95	5,563
CMET4	CAEMI PN	130,40	2362,95	5,518
USIM5	USIMINAS PNA	110,58	2362,95	4,680
CLSC6	CELESC PNB	0,18	2362,95	0,008

Fonte: O autor

Depois que foram calculados os valores percentuais, com os quais cada ativo deverá participar na carteira otimizada, é possível visualizar graficamente os percentuais a serem alocados em cada uma das ações individualmente.

Pode-se observar no gráfico da figura 1, mais adiante, que a ação CSTB4 é o ativo que obterá o maior percentual de alocação dos recursos a serem investidos, com o percentual de 22,095% da carteira, enquanto que a ação CLSC6 irá contribuir com a participação de apenas 0,008% dos recursos empregados na composição da carteira ótima de investimento.

Figura 5 – Percentual de aplicação dos recursos em cada ativo individual



Fonte: O autor

Definidos os percentuais dos recursos a serem investidos em cada uma das ações selecionadas para comporem a carteira ótima, deverão ser feitos os cálculos necessários para a determinação do retorno esperado da carteira e o beta que ela apresenta.

O retorno esperado da carteira ótima poderá ser encontrado por meio do cálculo da equação [9]; basta para isso empregar os valores já encontrados dos retornos esperados de cada ação individual e do percentual dos recursos a serem investidos em cada um dos ativos na carteira de investimento ótima, conforme a expressão que segue, visualizado na planilha 8.

$$\bar{R}_P \quad X_1 \quad \bar{R}_1 \quad X_2 \quad \bar{R}_2 \quad \dots \quad X_n \quad \bar{R}_n \quad [14]$$

Planilha 8 – Cálculo do retorno esperado da carteira ótima

Código	Ação	X_i	R_{ei}	X_i x R_{ei}
CSTB4	SID TUBARAO PN	22,095	115,52	25,524
EBTP3	EMBRATEL PAR	12,103	130,47	15,791
TBLE3	TRACTEBEL ON	12,842	70,22	9,018
ACES4	ACESITA PN	16,608	137,07	22,765
CGAS5	COMGAS PNA	10,737	127,37	13,676
GGBR4	GERDAU PN	9,846	112,61	11,087
BRKM5	BRASKEM PNA	5,563	132,85	7,391
CMET4	CAEMI PN	5,518	95,73	5,283
USIM5	USIMINAS PNA	4,680	148,65	6,956
CLSC6	CELESC PNB	0,008	96,08	0,007
Σ (X_i x R_{ei})				117,498

Fonte: O autor

Substituindo os valores já calculados na equação acima descrita, conforme mencionado no parágrafo anterior, obtém-se o valor do retorno esperado da carteira, que será da ordem de 117,498%, conforme cálculo apresentado na planilha 8.

Pode-se calcular, também, o beta da carteira ótima ora analisada. Para a mensuração do beta da carteira deve-se utilizar a equação [10] e empregar os valores já encontrados dos betas de cada ação individual e os percentuais de recursos financeiros a serem aplicados em cada ação individualmente na carteira otimizada.

Para esse exemplo, o beta pode ser calculado de acordo com a expressão abaixo:

$$P \cdot X_1 + (1 - P) \cdot X_2 + \dots + X_n \quad [15]$$

A planilha a seguir demonstrará o cálculo do beta da carteira ótima, conforme os dados já calculados anteriormente.

Planilha 9 – Cálculo do beta da carteira ótima

Código	Ação	X_i	β_i	X_i x β_i
CSTB4	SID TUBARAO PN	22,095	0,0117	0,003
EBTP3	EMBRATEL PAR ON	12,103	0,6142	0,074
TBLE3	TRACTEBEL ON	12,842	0,4060	0,052
ACES4	ACESITA PN	16,608	1,0031	0,167
CGAS5	COMGAS PNA	10,737	0,9923	0,107
GGBR4	GERDAU PN	9,846	0,9381	0,092
BRKM5	BRASKEM PNA	5,563	1,1216	0,062
CMET4	CAEMI PN	5,518	0,8057	0,044
USIM5	USIMINAS PNA	4,680	1,3085	0,061
CLSC6	CELESC PNB	0,008	1,0442	0,000
Σ (X_i x β_i)				0,663

Fonte: O autor

Por meio do cálculo da equação [10], conforme pode ser visto na planilha 9, encontra-se o valor do beta da carteira ótima, que é da ordem de 0,663.

Uma vez obtido o valor do beta da carteira, será possível encontrar o risco da carteira $\frac{2}{P}$. Para esse procedimento será necessário efetuar equação [11].

Planilha 10 – Cálculo do $\Sigma(X_i^2 \sigma_i^2)$

Código	Ação	X_i	σ_i	X_i^2	σ_i^2	$X_i^2 \times \sigma_i^2$
CSTB4	SID TUBARAO PN	0,22095	0,4580	0,04881674331	0,2098	0,01023999534
EBTP3	EMBRATEL PAR ON	0,12103	0,6353	0,01464860917	0,4036	0,00591226787
TBLE3	TRACTEBEL ON	0,12842	0,4237	0,01649223330	0,1795	0,00296071359
ACES4	ACESITA PN	0,16608	0,4492	0,02758401145	0,2018	0,00556591948
CGAS5	COMGAS PNA	0,10737	0,4741	0,01152830973	0,2248	0,00259122752
GGBR4	GERDAU PN	0,09846	0,3993	0,00969373505	0,1594	0,00154557387
BRKM5	BRASKEM PNA	0,05563	0,5380	0,00309507833	0,2894	0,00089585185
CMET4	CAEMI PN	0,05518	0,4237	0,00304519694	0,1795	0,00054667890
USIM5	USIMINAS PNA	0,04680	0,5194	0,00218982453	0,2698	0,00059076289
CLSC6	CELESC PNB	0,00008	0,4893	0,00000000608	0,2394	0,00000000146
$\Sigma(X_i^2 \sigma_i^2)$						0,03084899

Fonte: O autor

Após o cálculo da maior parcela da equação [11] $\Sigma(X_i^2 \sigma_i^2)$, basta resolver o restante da equação, como adiante, para obter o risco da carteira:

$$\begin{array}{r}
 \frac{2}{P} \quad \frac{2}{P} \quad \frac{2}{M} \quad 0,03084899 \\
 \frac{2}{P} \quad 0,43957 \quad 0,08100 \quad 0,03084899 \\
 \frac{2}{P} \quad 0,03560 \quad 0,03084899 \\
 \frac{2}{P} \quad 0,06645 \\
 \frac{2}{P} \quad \sqrt{0,06645} \\
 \frac{2}{P} \quad 0,25779
 \end{array}$$

Conforme o procedimento matemático demonstrado, o valor do risco da carteira é da ordem de 0,25779.

4 Discussão dos resultados

Pode-se observar que os resultados obtidos nos cálculos são favoráveis ao investidor, uma vez que a carteira pode proporcionar retorno de 117,498%, enquanto a carteira de mercado proporcionou taxa média de rentabilidade de 43,42%.

Outro aspecto que se comprova neste estudo é quanto à característica da carteira, que pode ser definida por meio do beta calculado para ela. Foi escolhida uma carteira com característica defensiva, na qual o beta foi mensurado em 0,663.

Outro resultado, que pesa favoravelmente aos modelos adotados para a análise e montagem da carteira, foi o risco calculado para a carteira ótima formulada por meio do modelo de Elton e Gruber. O mercado proporcionou risco de 0,2846, enquanto que a carteira otimizada apresentou risco menor, da ordem de 0,25779.

É fácil perceber que a carteira formulada obteve resultados bem superiores em termos de risco e retorno do que a carteira de mercado, oferecendo risco menor com retorno maior que os riscos e retornos oferecidos pela carteira de mercado. Porém, esses resultados não serão repetidos caso o investidor altere os percentuais de recursos a serem aplicados em cada ativo individual, ou se for incluído na carteira um ativo com índice de atratividade inferior ao necessário, o que demonstra ser essa carteira aquela com melhor desempenho esperado em termos de risco e retorno dentro do universo das ações analisadas.

Verifica-se, também, a evidência de que, quanto maior o coeficiente beta da ação, tomando-se por base o mesmo nível de risco diversificável, tanto maior será o peso do ativo na carteira de investimento otimizada. Tal evidência encontra-se em perfeita conformidade com a teoria da dominância de ativo, a qual define que, no mesmo nível de risco, prefere-se a ação que ofereça o maior retorno.

Porém, ações com betas menores que 1, como por exemplo a ação da CSTB4 que possui beta igual a 0,0117, possuem peso expressivo na carteira. Tal significa, que o valor do retorno esperado, estimado pelo investidor, tem significativa importância no resultado de qual percentual deve-se investir em determinado ativo que irá compor a carteira ótima.

Conclusão

Apesar das críticas sofridas e dos questionamentos de vários pesquisadores e profissionais do mercado financeiro, o CAPM continua servindo de parâmetro para diversas análises que envolvam risco e retorno, sendo ferramenta simples e intuitiva, mesmo com as implicações passíveis de serem confrontadas e testadas.

O CAPM é um bom indicador para avaliar se determinado grupo de ações poderá ou não ser comprado, em função desse conjunto de ações estar momentaneamente subavaliado ou superavaliado. É bom instrumento para análise de ativos individuais e de carteiras. Observa-se que o seu uso é um indicador de que suas previsões são razoavelmente eficazes.

Porém, cabe ressaltar que no meio acadêmico e no mundo do mercado financeiro, o modelo CAPM é questionado por diversos pesquisadores e profissionais da área financeira, por levar em consideração hipóteses que tornam demasiadamente restritivo o seu uso no mercado de capitais. Existem dúvidas sobre o referido modelo quanto à sua capacidade de explicar as variações das rentabilidades médias das ações.

Desse modelo aparta-se substancial número de problemas ligados à realidade, concentrando-se nos elementos essenciais inferidos no risco e nos ocasionais, que têm influência sobre os preços dos ativos praticados no mercado. Pode-se perceber que o CAPM simplifica o mundo real, tornando-se dependente do grau de exatidão dos resultados obtidos por sua análise.

O modelo de Elton e Gruber, para a formação de carteiras ótimas de investimento, mostrou-se eficaz por ter reduzido o risco não sistemático da carteira formulada com as ações precificadas por meio do modelo CAPM. Percebeu-se que a carteira de investimento ótima elaborada sobre as premissas do modelo de Elton e Gruber apresentou risco mensurado com base do desvio padrão da ordem de 0,25779, enquanto a carteira de mercado apresentou risco de 0,2846.

Com a utilização e o conhecimento dessas ferramentas de análise de ativos, os investidores do mercado de capitais não irão encontrar dificuldades em identificar ativos que estejam em bom momento para compra, podendo definir de maneira confiável as proporções a serem alocadas dos recursos financeiros nos ativos selecionados.

O presente estudo demonstrou que os modelos abordados são ferramentas complementares e fundamentais para a administração das carteiras de investimento; também como no auxílio à tomada de decisão dos diversos investidores e dos administradores de carteiras de investimento.

Referências

- DAMORADAN, Aswath. **Avaliação de Investimentos**: Ferramentas e técnicas para a determinação do valor de qualquer ativo. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2003.
- ELTON, Edwin J.; GRUBER, M. J.; BROWN, J. S.; GOETZMANN, W. N. **Moderna Teoria de Carteiras e Análise de Investimentos**. São Paulo: Atlas, 2004.
- ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W. e JAFFE, Jeffrey F. **Administração Financeira – Corporate Finance**. 2ª Ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- TOSTA DE SÁ, Geraldo. **Administração de investimentos, teoria de carteiras e gerenciamento de risco**. Rio de Janeiro: Qualitymark, 1999.

Resumo

Este trabalho tem o propósito de demonstrar a necessidade da utilização de ferramentas para seleção de ativos e para a mensuração do risco e do retorno de aplicações de recursos financeiros nesses ativos do mercado de capitais, por qualquer tipo de investidor, mais especificamente na compra de ações e montagem de uma carteira de investimento. Utilizou-se o modelo de precificação de ativos CAPM, objetivando identificar ações subavaliadas e sobreavaliadas no mercado, assim como o modelo de Elton e Gruber para a seleção de uma carteira ótima, utilizando 53 ações que pertencem ao IBOVESPA, em setembro de 2004. Com o modelo CAPM, foram calculadas as taxas de retorno, demonstrando que nenhuma das ações superou a taxa de retorno do mercado individualmente. O modelo de Elton e Gruber foi utilizado para a seleção das oito ações que formaram a carteira ótima e mostrou-se eficaz quanto à redução do risco sistemático dessa carteira. A utilização dessas ferramentas de análise foi fundamental para obtenção de resultados favoráveis para o investidor, permitindo aumentar o retorno do investimento e reduzir o risco.

Palavras-chave: teoria da carteira; CAPM; modelo de índice único; otimização.

Abstract

This work has the purpose of showing the necessity of using tools for selecting assets, measuring risk and return of financial investments in those assets of any market, by any kind of investor, more specifically in buying shares and building an investment portfolio. It was used the Capital Assets Pricing Model – CAPM, aiming to identify underrated and overrated shares in the market, as well as Edwin Elton's and Martin Gruber's model for the selection of a optimum portfolio, using 53 shares that belonged to IBOVESPA in September/2004. With the CAPM model it was possible to calculate the return rates, showing that no share was able to overcome the market's return rate individually. Elton's and Gruber's model was used to select the ten shares that formed the optimum portfolio and proved itself effective in reducing the systematic risk of the optimum portfolio made.

Key-words: portfolio's theory; CAPM; single-index model; optimization.

Resumen

Este trabajo tiene por objetivo demostrar la necesidad de se utilizar herramientas para selección de activos y para mensurar el riesgo y el rendimiento de aplicaciones de recursos financieros de esos activos en el mercado de capitales, por cualquier tipo de inversor, sobre todo en la compra de acciones y en la elaboración de una cartera de valores. Se utilizó el modelo de precificación de activos de CAPM, con intención de identificar las acciones subvaloradas y sobrevaloradas del mercado, bien como el modelo de Elton y Gruber para la selección de una cartera óptima, utilizando 53 acciones que pertenecen al IBOVESPA, en septiembre de 2004. A partir del modelo CAPM fueron calculadas las tasas de rentabilidad, demostrando que ninguna de las acciones superó las tasas del mercado. El modelo de Elton y Gruber fue utilizado para la selección de las 8 acciones que formaron la cartera óptima y se mostró eficaz en cuanto a la reducción de su riesgo sistemático. La utilización de esas herramientas de análisis fue fundamental para la obtención de resultados favorables al inversor, aumentando rentabilidad y disminuyendo riesgos.

Palabras-clave: teoría de la cartera; CAPM; modelo de índice único; optimización.